**Zadania**

1. (3 pkt) Dzielna jest 7 razy większa od dzielnika, dzielnik jest 7 razy większy od ilorazu. Ile zatem wynosi dzielna, ile dzielnik, a ile iloraz?

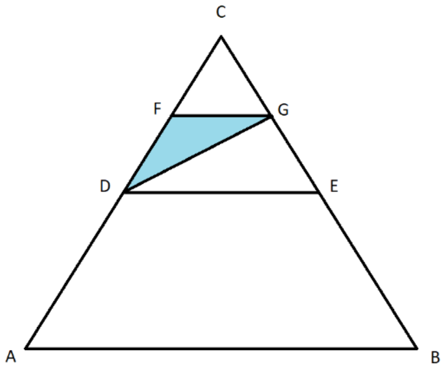
2. (3 pkt) Uporządkuj rosnąco liczby $2^{45}$, $3^{36}$, $4^{27}$,$5^{18}$. Odpowiedź uzasadnij.

3. (3 pkt) Gdy baryłka jest w 30% pusta zawiera o 30 litrów więcej, niż gdy jest w 30% napełniona. Jaka jest pojemność baryłki?

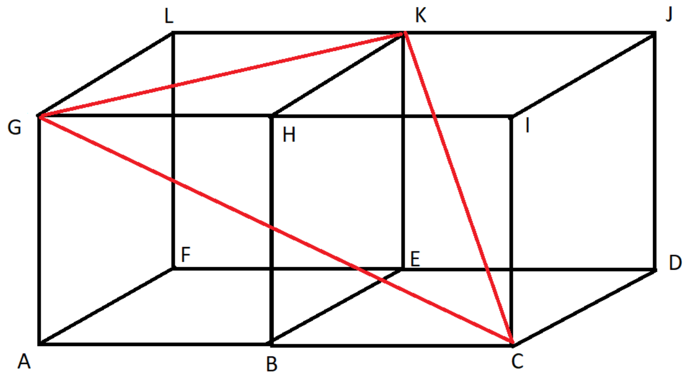
4. (3 pkt) Rozwiąż równanie

$$2\frac{2}{3} = \frac{2}{3} \cdot \left\{ \left[ (3{,}72 - 0{,}02x) \cdot \frac{10}{37} \right] : \frac{5}{6} + 2{,}8 \right\}$$

5. (4 pkt) W trójkącie równobocznym *ABC* o boku długości 12, punkt *D* jest środkiem boku *AC*, punkt *E* – środkiem odcinka *BC,* punkt *F* – środkiem odcinka *CD,* punkt *G* – środkiem odcinka *CE.* Oblicz pole trójkąta *DFG.*




6. (4 pkt) Dwa jednakowe sześciany o krawędzi 1 połączone są ścianą *BEKH*. Poprowadzono odcinki *KG, GC* i *CK* (patrz rysunek). Oblicz miarę kąta *CKG*.



**Zadania**

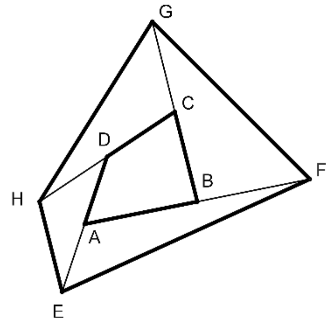
1) (5 pkt) Mamy 201 jednakowo wyglądających żetonów. Wiemy, że jeden z nich ma inną wagę od pozostałych. Przy pomocy dwóch ważeń na wadze szalkowej (bez odważników) wyjaśnić czy żeton o innej wadze jest lżejszy, czy cięższy od pozostałych.

2) (5 pkt) a) Wiedząc, że $b \neq 0$ i $a+b \neq 0$ i $\frac{a+b}{b} = \frac{1}{4}$, oblicz $\frac{8a}{a+b}$.

   b) Uzasadnij, że jeśli $a \neq 0$ i $b \neq 0$ i $c \neq 0$ i $\frac{a}{b} = \frac{b}{c}$, to $\frac{a^2+b^2}{b^2+c^2} = \frac{a}{c}$.

3) (5 pkt) Powierzchnię sześcianu o krawędzi 10 pomalowano na czerwono, a następnie pocięto na sześcianiki o krawędzi 1. Ile w ten sposób otrzymano sześcianików niepomalowanych, z pomalowaną jedną ścianą, z pomalowanymi dwiema ścianami i z pomalowanymi trzema ścianami. Odpowiedź uzasadnij.

4) (5pkt) Boki czworokąta, którego pole wynosi $P$, przedłużono (jak na rysunku) i otrzymano takie punkty $E, F, G, H$, że $|AE| = |AD|$, $|BF| = |AB|$, $|CG| = |BC|$, $|DH| = |CD|$. Oblicz pole utworzonego czworokąta $EFGH$.

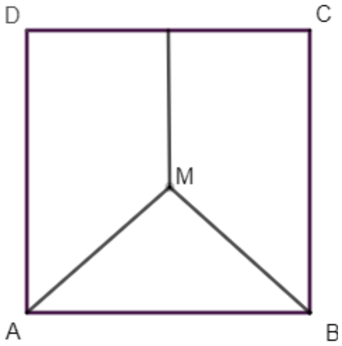


## Zadania

1) (3 pkt) Kubuś wyjął ze skarbonki 10 monet, a następnie 40% pozostałych i jeszcze 5 monet. Okazało się, że w skarbonce pozostało 10 monet. Ile monet początkowo znajdowało się w skarbonce?
2) (4 pkt) Liczba uczniów pewnej szkoły mieści się między 500 a 900. Jeśli ustawimy ich w rzędach po 24 albo 39 albo 52 to i tak zostanie nam zawsze 4 uczniów. Ilu uczniów jest w tej szkole?
3) (4 pkt) Stosując prawa działań na potęgach rozwiąż równanie

   $(2^{11} \cdot 8 + 4^7 \cdot 9x - 8^{10} : 4^8) : 4^7 = (-3)^3.$

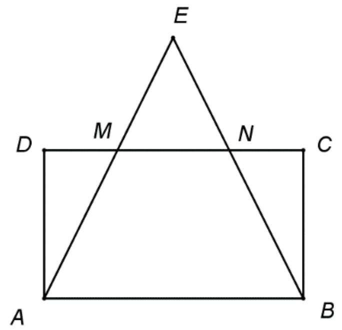
4) (4 pkt) Wewnątrz kwadratu *ABCD* obrano punkt *M* w równej odległości od boku *CD* i od wierzchołków *A* i *B*. Jaką część pola kwadratu stanowi pole trójkąta *ABM?*




5) (5 pkt) Oblicz długość krawędzi sześcianu, jeśli :
   a) pole powierzchnia całkowitej i objętość sześcianu wyrażają się jednakową liczbą (pole w jednostkach kwadratowych, objętość w jednostkach sześciennych);
   b) po zwiększeniu długości krawędzi o 1 otrzymujemy sześcian o objętości 125 razy większej.

**Zadania**

1) (5 pkt)
   a) Uzasadnij, że jeśli liczba naturalna jest podzielna przez 18 i przez 84, to jest podzielna przez 252.
   b) Uzasadnij, że suma $9^8 + 9^7 + 9^6 + 9^5 + 9^4 + 9^3 + 9^2 + 9$ jest podzielna przez 30.
2) (4 pkt) Marcin kupił owoce: jabłka, gruszki, banany i pomarańcze, łącznie 44 sztuki. Jabłek jest o 2 więcej niż gruszek, gruszek o 8 więcej niż bananów a bananów jest o 2 więcej, niż pomarańczy. Ile gruszek kupił Marcin?
3) (5 pkt) Prostokąt *ABCD* i trójkąt równoboczny *ABE* są położone tak jak na rysunku. Bok *AB* prostokąta ma długość 30 cm, a bok *BC* ma długość 15 cm. Bok *CD* prostokąta przecina boki *AE* i *BE* trójkąta w




punktach *M* i *N*. Jakie jest pole czworokąta *ABNM*?
4) (6 pkt) Dany jest ostrosłup prosty *ABCDS*, którego podstawą jest prostokąt *ABCD* o wymiarach $18 \times 24$. Stosunek długości krawędzi bocznej tego ostrosłupa do długości przekątnej jego podstawy jest równy 5 : 6.
   a) Oblicz długość wysokości ostrosłupa.
   b) Oblicz objętość ostrosłupa.
   c) Oblicz wysokości ścian bocznych opuszczone z wierzchołka *S* ostrosłupa.

**Zadania**

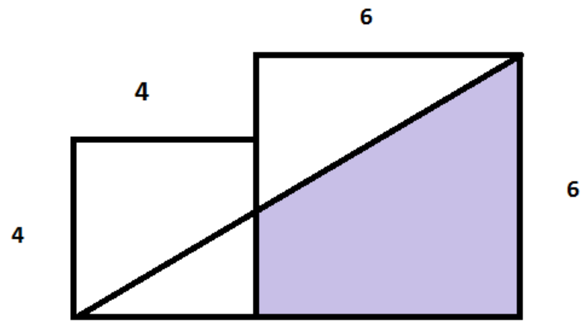
1)

a) (3 pkt) Oblicz, ile jest równe n, wiedząc, że $9^n + 9^n + 9^n = 3^{2017}$.

b) (3 pkt) Która liczba jest większa: $202^{303}$ czy $303^{202}$

2) (4 pkt) Sklep jubilerski zakupił pierścionek i naszyjnik za 4500 zł. Następnie sprzedał je z 40% zyskiem. Za ile złotych sklep zakupił pierścionek, a za ile naszyjnik, jeśli pierścionek dał 25% zysku, a naszyjnik 50% zysku?

3) (5pkt) Dane są dwa kwadraty o bokach 4 i 6 . Wyznacz pole zamalowanej części dużego kwadratu.




4) (5pkt) W prostopadłościanie pola trzech jego ścian są równe $P_1, P_2, P_3$. Uzasadnij, że objętość tego prostopadłościanu jest równa $V = \sqrt{P_1 \cdot P_2 \cdot P_3}$ .

**Zadania**

1) (4 pkt)
   a) Cenę towaru podniesiono najpierw o 10%, a następnie o 30% i wynosi ona 429 zł. Jak była pierwotna cena towaru?
   b) Długość każdego boku trójkąta równobocznego zwiększono o 40%. O ile procent wzrosło pole tego trójkąta?

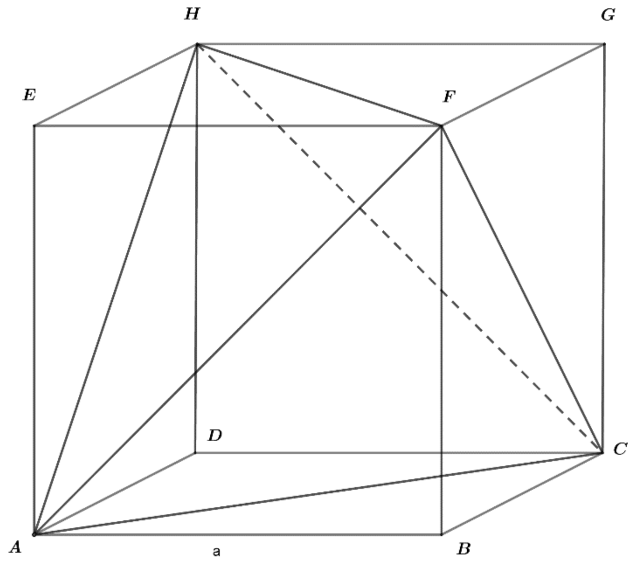
2) (6 pkt)
   a) Uzasadnij, że $27^{50} : 81^{37}$ jest liczbą większą od 8 .
   b) Która z trzech liczb *a, b, c* rzeczywistych, dodatnich, spełniających warunki $\frac{a}{b+c} = \frac{1}{2}$ i $\frac{a}{b-c} = 2$ jest największa, a która najmniejsza ? Odpowiedź uzasadnij.

3) (4 pkt)
   Ewa i Adam są bliźniakami. Obecnie suma ich lat jest o 7 mniejsza od połowy wieku ojca. Za 30 lat każde z bliźniąt będzie dwa razy młodsze od ojca. Ile lat mają obecnie bliźniaki ?

4) (6 pkt)
   Wysokość $CC_1$ trójkąta prostokątnego *ABC* opuszczona z wierzchołka kąta prostego ma długość 4 i dzieli podstawę na dwie części $AC_1$ i $C_1B$ takie, że $|AC_1| : |C_1B| = 1 : 8$. Oblicz:
   a) długości boków trójkąta,
   b) długość odcinka $DD_1$ równoległego do wysokości $CC_1$ dzielącego trójkąt *ABC* na dwie figury o równych polach.

**Zadania**

1) (5 pkt)
   a) Dla jakich wartości *x* i *y* liczba siedmiocyfrowa 312*x*54*y* jest podzielna przez 45?
   b) Wykaż, że jeżeli liczby 2 + *a* i 35 – *b* są podzielne przez 11, to liczba a + *b* też jest podzielna przez 11.
2) (4 pkt) Znajdź ułamek, w którym mianownik jest o 4 większy od licznika. Jeżeli do licznika dodamy 11, a od mianownika odejmiemy 1, to otrzymamy ułamek odwrotny do szukanego.
3) (5 pkt) Zespół robotników ma wykonać pewną pracę w ciągu określonej liczby dni. Gdyby robotników było o 5 więcej, pracowaliby o 4 dni krócej. Natomiast gdyby ich było o 10 mniej, pracowaliby o 12 dni dłużej. Ilu robotników liczył zespół i ile dni pracował?
4) (6 pkt) W sześcianie *ABCDEFGH* poprowadzono przekątne ścian w taki sposób, że powstał ostrosłup *ACHF*. Oblicz objętość ostrosłupa, jeśli krawędź sześcianu ma długość a.



Zadania

1) (2 pkt) Wiedząc, że $\frac{a+b}{b} = \frac{1}{4}$, oblicz $\frac{5a}{a+b}$.

2) (2 pkt) Udowodnij, że $2\sqrt{5\sqrt{48}} + 3\sqrt{40\sqrt{12}} - 2\sqrt{15\sqrt{27}} = 10\sqrt{5\sqrt{3}}$.

3) (4 pkt) Suma trzech liczb naturalnych jest równa 150. Co to za liczby, jeżeli wiadomo, że druga liczba stanowi $\frac{2}{3}$ pierwszej, a trzecia jest średnią arytmetyczną pierwszej i drugiej? O ile procent trzecia liczba jest większa od drugiej?

4) (4 pkt) Działanie $\otimes$ dla liczb rzeczywistych określamy następującym wzorem:

$$a \otimes b = a + b + a \cdot b$$

Oblicz: $a \otimes 0$,

$6 \otimes (-6)$.

Wykaż, że $(a-1) \otimes (a+1) = (a \otimes a) - 1$.

5) (4 pkt) W trapezie równoramiennym ramię ma długość 6 cm, a przekątna trapezu dzieli kąt przy podstawie równy $60^0$ na połowy. Oblicz pole i obwód trapezu. Zrób rysunek.

6) (4 pkt) Przekątna prostopadłościanu (odcinek $BH$) ma długość 35 cm. Stosunek różnych krawędzi prostopadłościanu wynosi 2:3:6. Oblicz objętość tego prostopadłościanu.